Министерство образования Тверской области
БГОУ СПО «Тверской колледж имени А.Н. Коняева»

Рабочая тетрадь

Тема: «Применение определенного интеграла»

Выполнила преподаватель
Сергиенко Н.А. .

Тверь,2012 г

2.Работа переменной силы.

$$A = \int_a^b F(S)dS$$

Вычисление работы, затраченной на растяжение или сжатие пружины.

$$A = k\int_{x0}^{x1} xdx$$

Пример1: Какую работу совершает сила в 10Н при растяжении пружины на 2см?

Решение. По закону Гука сила F , растягивающая пружину, пропорциональна растяжению пружины , т.е. F=kx.

Используя условие , находим $k = \frac{10}{0.02} = 500(Н / м)$, т.е. F=500x.

Согласно формуле, получим

$$A = \int_0^{0.02} 500xdx = \frac{500x^2}{2}\Big|_0^{0.02} = 0.1(Дж).$$

Упражнение:

1. Какую работу совершает сила в 8Н при растяжении пружины на 6см?

2. Какую работу совершает сила в 20Н при растяжении пружины на 4см?

Пример 2.Сила в 60Н растягивает пружину на 2см. Первоначальная длина пружины равна 14см. Какую работу нужно совершить, чтобы растянуть ее до 20см?

Решение:

Имеем $k = \frac{60}{0.02} = 3000(Н / м)$ и, следовательно , F=3000x. Так как пружину требуется растянуть на 0.06м, то

$$A = \int_0^{0.06} 3000xdx = 1500x^2\Big|_0^{0.06} = 1500 * 0.06^2 = 5.4(Дж).$$

Упражнения:

3.Сила в 40Н растягивает пружину на 0.04м. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть пружину на 0.02м?

4. Для сжатия пружины на 3см необходимо совершить работу в 16Дж. На какую длину можно сжать пружину, совершив работу в 144Дж?

5. Пружина в спокойном состоянии имеет длину 20см. Сила в 9.8Н растягивает ее на 2см. Определить работу, затраченную на растяжение пружины от 25см до 35см.

1. Нахождение пути, пройденного телом при прямолинейном движении.

$S = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$, $V = \int_{t_1}^{t_2} a(t)dt$, где V – скорость прямолинейного движения, a – ускорение.

Упражнения: 1) Тело движется прямолинейно со скоростью V(t) м/с. Вычислить путь, пройденный телом за промежуток времени от t=t1 до t=t2:

а) $V(t) = 3t^2 + 1, t1 = 0, t2 = 4.$ *(за 4 секунды)*

б) $V(t) = 2t^2 + t,$ *за 3-ю секунду.*

2) Скорость прямолинейно движущегося тела равна $V(t) = 4t - t^2$*. Вычислить путь от начала движения до остановки.*

3) Два тела одновременно начали прямолинейное движение из некоторой точки в одном направлении. Первое тело движется со скоростью

$V(t) = (4t^2 + 3) м/с$*, второе -* $V(t) = 2t + 3$*. На каком расстоянии они окажутся друг от друга через 3с ?*

Составьте задачу на нахождение пути, пройденного телом при прямолинейном движении и решите ее.

3. Давление жидкости.

Величина силы Р давления жидкости в ньютонах на горизонтальную площадку вычисляется по формуле $P = 9.807 \rho s h,$ где ρ - плотность жидкости в $кг/м^3$, s – площадь площадки в $м^2$, h – глубина погружения площадки в м. Рассмотрим задачу определения давления жидкости на вертикальную площадку.

Пример1: Треугольная пластинка с основанием 0.3 м и высотой 0.6 м погружена вертикально в воду так, что е вершина лежит на поверхности воды, а основание параллельно ей. Вычислить силу давления воды на пластинку.

Решение:

Разобьем пластинку на n тонких полосок. На глубине x выделим одну из них и обозначим через Δx ее ширину. Приняв полоску за прямоугольник, найдем ее площадь ΔS :

$$\Delta S = KM \cdot \Delta x.$$

Из подобия треугольников АВС и КВМ имеем::

$$\frac{KM}{AC} = \frac{BE}{BD}, \frac{KM}{0.3} = \frac{x}{0.6},$$

откуда КМ=1/2x. Следовательно,

$$\Delta S \approx \frac{1}{2} x \Delta x.$$

$$\Delta P \approx 9.807 \rho x \Delta S, \Delta P \approx 9.807 \cdot 1000 x \cdot \frac{1}{2} x \Delta x = 4903.5 x^2 \Delta x.$$

Суммируя элементарные давления на каждую из полосок и неограниченно увеличивая число делений n, найдем значение силы Р давления жидкости на всю пластинку:

$$P = \lim_{\Delta x \to 0} \sum_{0}^{0.6} 4903.5 x^2 \Delta x.$$

Таким образом.

$$P = \int_0^{0.6} 4903.5 x^2 dx = 4903.5 \frac{x^3}{3} \Big|_0^{0.6} = 1634.5 \cdot 0.216 \approx 353 H.$$

Пример2: Определить силу давления воды на стенку шлюза, длина которого 20м, а высота 5м. (считая шлюз доверху заполненным водой)

Решение: $P = 9.807 \rho \int_a^b xy dx$

$$P = 9807 \int_0^5 20 x dx = 9807 \cdot 20 \frac{x^2}{2} \Big|_0^5 \approx 2.45 \cdot 10^6 (H), \rho = 1000 кг/м^3$$

Упражнения:

1. Вычислить силу давления воды на вертикальную прямоугольную пластинку, основание которой 30м, а высота 10м, причем верхний конец пластинки совпадает с уровнем воды.

2. Вычислить силу давления воды на вертикальную прямоугольную пластинку, основание которой 16м, а высота 24м, причем верхний конец пластинки находится на 10см ниже свободной поверхности воды.

3. Треугольная пластинка с основанием 0.9м и высотой 0.12 м погружена вертикально в воду так, что е вершина лежит на 0.03м ниже поверхности воды, а основание параллельно ей. Вычислить силу давления воды на пластинку.

4. Вычисление работы против сил межмолекулярного притяжения.

$A=\int_{V1}^{V2} p'dV, где p'=\nu^2 a/V^2$ - внутреннее давление, обусловленное силами взаимодействия молекул.

Пример1: Некоторый газ количеством вещества 1 кмоль занимает объем $V_1=1м^3$. При расширении газа до объема $V_2=1.5м^3$ была совершена работа А против сил межмолекулярного притяжения, равная 45,3 кДж. Определить поправку а, входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса.

Дано:

$\nu=1кмоль=10^3\,моль, V_1=1м^3, V_2=1{,}5м^3, A=45{,}3кДж=4{,}53\cdot10^4\,Дж$

Определить: а

Решение. $A=\int_{V_1}^{V_2} p'dV=\nu^2 a\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V^2}=\nu^2 a(\frac{1}{V_1}-\frac{1}{V_2})=\frac{\nu^2 a(V_2-V_1)}{V_1V_2}$,

$$a=\frac{AV_1V_2}{\nu^2(V_2-V_1)}=0.136H\cdot м^4/моль^2.$$

Упражнение: 1. Кислород, массой 100г расширяется от объема 5л до объема 10л. Определить работу межмолекулярных сил притяжения при этом растяжении. Поправку а взять из примера 1.

2. Некоторый газ количеством вещества 0,25 кмоль занимает объем $V_1=1м^3$. При расширении газа до объема $V_2=2м^3$ была совершена работа А против сил межмолекулярного притяжения, равная 1,42 кДж. Определить поправку а, входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса.

5. Сила и плотность электрического тока.

$I=\frac{dQ}{dt}$; $j=\frac{I}{S}$, где S – площадь поперечного сечения проводника.

Пример: Сила тока в проводнике сопротивлением R=50Ом равномерно растет от $I_0=0 до I_{max}=3A$ за время $\tau=6c$. Определить выделившееся за это время количество теплоты.

Дано: $R=50Ом, I_0=0, I_{max}=3A, \tau=6c.$

Определить: Q

Решение: Согласно закону Джоуля – Ленца для бесконечно малого промежутка времени,

$$dQ=I^2Rt^2dt.$$

По условию задачи сила тока равномерно растет, т.е. I=kt, где к – коэффициент пропорциональности $k=(I_{max}-I_0)/\tau=const.$

Тогда $dQ=k^2Rt^2dt.$ (1)

Проинтегрировав (1) и подставив выражение для k, найдем искомое количество теплоты:

$$Q=\int_0^{\tau}k^2Rt^2dt=\frac{1}{3}k^2R\tau^3=\frac{1}{3}\frac{(I_{max}-I_0)}{\tau^2}R\tau^3=\frac{1}{3}(I_{max}-I_0)^2R\tau$$

Вычисляя получим Q=900 Дж.

Упражнение: 1. Сила тока в проводнике сопротивлением R=120Ом равномерно растет от $I_0=0 до I_{max}=5A$ за время $\tau=15c$. Определить выделившееся за это время количество теплоты.

2. Сила тока в проводнике сопротивлением R=100Ом равномерно убывает от $I_0=10A до I_{max}=0A$ за время $\tau=30c$. Определить выделившееся за это время количество теплоты.

Ответьте на вопросы:

1.Как применяется определенный интеграл для нахождения пути , пройденного телом при прямолинейном движении?
2.С помощью какой формулы можно вычислить работу, затраченную на растяжение пружины?
3.Объясните применение определенного интеграла при нахождении силы давления жидкости на вертикально расположенную пластинку.
4.Приведите примеры физических и технических задач, которые решаются с помощью определенного интеграла.

Министерство образования Тверской области
БГОУ СПО «Тверской колледж имени А.Н. Коняева»

Рабочая тетрадь

Тема: «Взаимное расположение прямых на плоскости»

Выполнила преподаватель
Сергиенко Н.А..

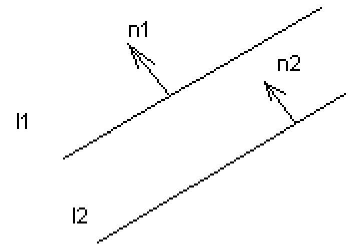
Тверь,2012г

Взаимное расположение прямых.

Сформулируйте определение параллельных прямых.

Параллельными прямыми называются

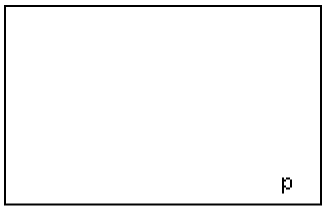
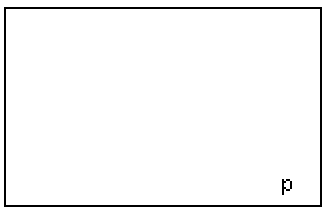
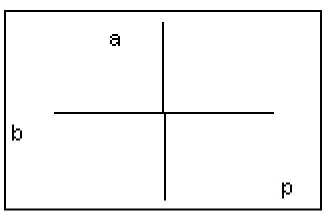
Если прямые параллельны, то их нормальные векторы коллинеарны. Сделайте символьную запись по рисунку.



Сформулируйте определение перпендикулярных прямых. Перпендикулярными прямыми называются

Начертите перпендикулярные прямые с их нормальными векторами. Сделайте символьную запись по рисунку.

По данному образцу опишите три возможных случая взаимного расположения двух прямых на плоскости и сделайте рисунки.

1.		
2.		Две прямые на плоскости не пересекаются, т.е. не имеют общих точек. Они параллельны.
3.		

Как найти точку пересечения прямых?

Могут ли прямые на плоскости одновременно не быть параллельными и не пересекаться?

В зависимости от задания прямых различными уравнениями меняется запись условия параллельности и перпендикулярности прямых. Заполните следующие таблицы.

Уравнения прямых	Условие параллельности
$\frac{x-x_1}{a_1}=\frac{y-y_1}{b_1}$ $\frac{x-x_2}{a_2}=\frac{y-y_2}{b_2}$	
$A_1x+B_1x+C_1=0$ $A_2x+B_2x+C_2=0$	$\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}$
$y=k_1x+b_1$ $y=k_2x+b_2$	

Уравнения прямых	Условие перпендикулярности
$\frac{x-x_1}{a_1}=\frac{y-y_1}{b_1}$ $\frac{x-x_2}{a_2}=\frac{y-y_2}{b_2}$	
$A_1x+B_1x+C_1=0$ $A_2x+B_2x+C_2=0$	$A_1A_2+B_1B_2=0$
$y=k_1x+b_1$ $y=k_2x+b_2$	

Задание 1. Выяснить, являются ли следующие прямые параллельными или перпендикулярными.

a) 2x-4y+7=0, 6x-12y+8=0;

b) 3x-4y+9=0, 4x+3y-9=0;

c) 4x-5y+9=0, 5x-4y+7=0.

Задание 2. Составить уравнение прямой, проходящей через точку A(-2;-1) и параллельно прямой 5x+3y+10=0.

Задание 3. Составить уравнение прямой, проходящей через точку A(-2;-1) и перпендикулярно прямой 3x-2y+8=0.

Задание 4: Из следующих пар прямых найти параллельные, перпендикулярные, а у остальных найти точку пересечения.

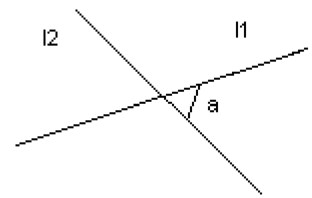
a) 6x-3y+2=0, y=2x+7;

b) $\frac{x}{4}=\frac{y+4}{-3}, \frac{x}{3}-\frac{y}{4}=1;$

c) $\begin{cases} x-3=4t \\ y+2=3t, \end{cases}$ 5x-y+8=0.

***Вычисления угла между прямыми на плоскости*.**

Что такое угол?



Сформулируйте определение скалярного произведения векторов в векторной и координатной форме.

$\cos\alpha = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$ запишите данную формулу в координатной форме и сделайте чертеж.

В зависимости от формы задания прямых, угол между ними находится различными методами. Исходя из этого заполните следующую таблицу.

№	Вид уравнений	Соответствующие векторы	Формула нахождения угла
1.	$\frac{x-x_1}{a_1}=\frac{y-y_1}{b_1}$ $\frac{x-x_2}{a_2}=\frac{y-y_2}{b_2}$	$\vec{a}_1(a_1,b_1), \vec{a}_2(a_2,b_2)$ направляющие	$\cos\alpha=\frac{a_1a_2+b_1b_2}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}\cdot\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$
2.			
3.			

Пример1. Найти угол между прямыми 7x-y-2=0 и x-y+3=0.

Решение. По формуле (2) находим:

$$\cos\varphi=\frac{7\cdot 1+(-1)(-1)}{\sqrt{49+1}\sqrt{1+1}}=0.8 \Rightarrow \varphi=\arccos 0.8\approx 36^0 52'.$$

Упражнение1. Дан треугольник ABC с вершинами A(1,1), B(4,5), C(7,2).

а) Определить внутренние углы треугольника, сделать чертеж и проверить опытным путем.

б) Найти углы между стороной AC и осью OX.

в) Вычислить угол между высотой ВД и осью OY.

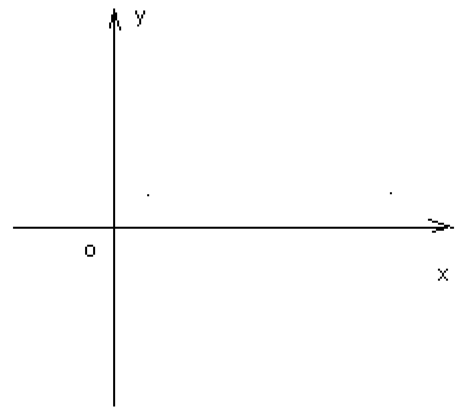
Решение. ______________________

____

____

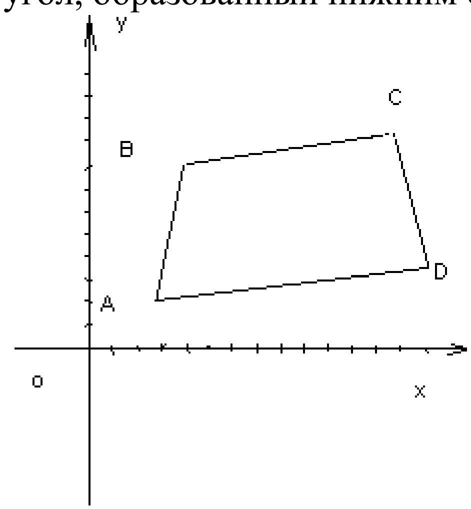
____

Чертеж.



Ответ:

Упражнение 2. По данным на рисунке определить внутренние углы трапеции, углы между диагоналями и угол, образованный нижним основанием с осью Ox.



Решение.

Ответ:

Вопросы:

1. Как найти угол между прямыми, если нет задания уравнений?
2. Назовите формулы для определения угла между прямыми, заданными уравнениями
   - Каноническими
   - Общими
   - С угловым коэффициентом
   - Параметрическими
   - Нормальными
   - В отрезках
3. Каким образом можно определить угол между прямой, заданной уравнением и осями координат?
4. Сформулируйте свои замечания и вопросы по данной теме.

Спасибо за работу!

Введение.

Данная рабочая тетрадь является дополнением к основной учебной литературе и предназначена студентам для обобщения и систематизации темы: «Уравнения прямых». Это пособие помогает учащимся повторить пройденный материал и систематизировать полученные знания. А также необходимо для закрепления и отработки техники решения примеров разного уровня сложности.

Необходимо обратить особое внимание на составленные схемы решения, что значительно упрощает решение особенно для слабоуспевающих студентов.

Краткие теоретические сведения позволяют пополнить пробелы, полученные в процессе обучения и усвоения материала. Вопросы направляют на повторение необходимых для решения формулировок.

Индивидуальная работа с тетрадью поможет подготовиться к контрольной работе, а предложенная работа в коллективе развивает чувство ответственности и стремления к знаниям.

Рабочая тетрадь предназначена для работы на уроке и для выполнения домашних упражнений студентами.

Список используемой литературы.

1. В. Т. Лисичкин, И. Л. Соловейчик «Математика» Москва «Высшая школа» 1991г.

2. «Геометрия» под редакцией Г. Н. Яковлева, Москва «Наука» 1978г.

3. И.И.Валуце, Г.Д. Дилигул «Математика для техникумов» Москва «Наука» 1980г.

4. П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова «Высшая математика в упражнениях и задачах» 6-е издание, Москва «ОНИКС 21 век» «Мир и Образование» 2005г.

Одобрена предметной
Цикловой комиссией
Общеобразовательных дисциплин

Председатель

______________И.А. Лабудина

Составлена в соответствии
с Государственными
требованиями к минимуму
содержания и уровню
подготовки студента

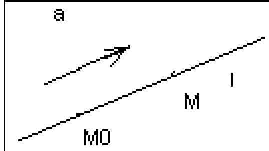
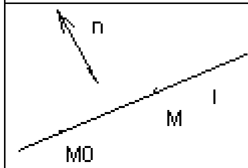
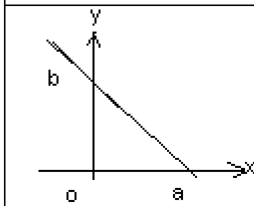
Зам. Директора по учебной
работе

________________Н.С. Лукина

Автор: преподаватель Сергиенко Н.А. .
Рецензенты:
Бодров Е.Н. – преподаватель математики БГОУ СПО
« Тверского колледжа имени А. Н. Коняева»

Уравнения прямых.

Заполни таблицу.

Изображение	*Данные*	*Уравнения*	*Название*
	$\vec{a} = (a_1, a_2)$ $M_0(x_0, y_0), M(x, y)$	$\dfrac{x - x_0}{a_1} = \dfrac{y - y_0}{a_2}$ $\begin{cases} x - x_0 = a_1 t \\ y - y_0 = a_2 t \end{cases}$	*Канони-ческие* *Парамет рические*
	$\vec{n} = (A, B)$ $M_0(x_0, y_0), M(x, y)$		*Нормаль-ное* *Общее*
		$\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$	

Какие уравнения прямых ты еще знаешь?
Запиши их

____

____

____

Упражнение.

В параллелограмме ABCD составить уравнения сторон, диагоналей и высот, определить длины высот и расстояние от точки пересечения диагоналей до сторон параллелограмма. Изобразить в системе координат и проверить опытным путем.

1) A(3;-2), B(3;2), C(8;3), D(8;-1).

2) A(1;-2), B(2;3), C(7;4), D(6;-1).

3) A(1;1), B(3;5), C(9,6), D(7;2).

4) A(-5;-1), B(-2;4), C(2,3), D(-1;-2).

Решение.

Ответ:

Вопросы:

1.Как найти угол между прямыми, если нет задания уравнений?

2.Назовите формулы для определения угла между прямыми, заданными уравнениями

- Каноническими
- Общими
- С угловым коэффициентом
- Параметрическими
- Нормальными
- В отрезках

3.Каким образом можно определить угол между прямой, заданной уравнением и осями координат?

4.Сформулируйте свои замечания и вопросы по данной теме.

Спасибо за работу!

Приложения.

Схемы решения упражнений.

1. Уравнения прямых.

   Упражнение.

   1) Уравнения сторон и диагоналей составить как уравнения прямых, проходящих через две данные точки.
   2) Для составления уравнения высоты AE определить нормальный вектор CD и взять данную точку A (нормальное уравнение).
   3) Длину высоты AE находим согласно формулы для нахождения расстояния от точки до прямой на плоскости: $d = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, ãäå· $ax + by + c = 0$ - общее уравнение на плоскости (уравнение CD).
   4) Аналогично находятся расстояния от точки пересечения диагоналей до сторон. Координаты этой точки находим как у середины отрезка. $x_0 = \frac{x_A + x_C}{2}, y_0 = \frac{y_A + y_C}{2}$.
   5) На рисунке измерить длины полученных отрезков для самопроверки.

2. Взаимное расположение прямых.

   Задание 2.

   Необходимо составить уравнение прямой, проходящей через данную точку A с нормальным вектором, который является также нормальным для данной прямой.

   Задание 3.

Составляем каноническое уравнение прямой, проходящей через точку А, параллельно нормальному вектору данной прямой.

Задания 1 и 4 выполняются по формулам таблицы 2.

3. <u>Вычисление угла между прямыми</u>.

Упражнение 1.

а) 1) найти координаты векторов $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{BC}$;

2) вычислить углы по формуле:

$$\cos\alpha = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

, воспользоваться таблицей Брадиса;

3) сделать чертеж и измерить углы транспортиром;

б) взять за направляющий вектор оси ОХ $\vec{i} = (1,0)$ вектор АС найден в пункте 1, далее см. пункт 2.

в) составить уравнение (АС) и (BD), через т.В и перпендикулярную (АС), определить координаты нормального вектора прямой (BD), за нормальный вектор OY принять $\vec{i} = (1,0)$, далее см. пункт 2.

Упражнение 2.

1) Определить координаты точек и координаты векторов, между которыми необходимо найти углы.

2) Углы определяем по изученной формуле

$$\cos\alpha = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

3) Определить угол между векторами AD и $\vec{i} = (1,0)$.

№1.

Прямая проходит через точку P(-1;4) и составляет с положительным направлением оси абсцисс угол, такой же, как и прямая, проходящая через две точки $M_1(1;3)$ и $M_2(2;8)$. Составить уравнение прямой.

№2.

Какой угол образует прямая, проходящая через две точки A(2,0) и B(4,-2), с положительным направлением оси абсцисс?

№3.

Дана прямая 3x-4y+5=0. Определить угловой коэффициент k прямой:

a) параллельной данной прямой;

b) перпендикулярной данной прямой.

№4.

Какая из прямых 2x-3y+4=0 и x-y=0 отсекает на оси ординат больший отрезок?

№5.

Среди прямых указать параллельные и перпендикулярные: 3x+2y-5=0, $y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$, 4x+6y-5=0, 4x-6y+9=0.

№6.

Составить уравнение прямой, проходящей через точку B(0;8), если площадь треугольника, образованного прямой и осями координат, равна 16.

Министерство образования Тверской области
БГОУ СПО «Тверской колледж имени А.Н. Коняева»

Рабочая тетрадь

Тема: «Тригонометрия»

Выполнила преподаватель
Сергиенко Н.А.

Тверь,2007г

Одобрена предметной
Цикловой комиссией
Общеобразовательных дисциплин

Председатель
_______________И.А. Лабудина

Составлена в соответствии с Государственными требованиями к минимуму содержания и уровню подготовки студента

Зам. Директора по учебной работе
_________________Н.С. Лукина

Автор: преподаватель Сергиенко Н.А. .
Рецензенты:
Бодров Е.Н. – преподаватель математики БГОУ СПО «Тверской колледж имени А.Н. Коняева»

Введение.

Данная рабочая тетрадь является дополнением к основной учебной литературе и предназначена студентам для обобщения и систематизации темы: «Тригонометрические уравнения». Это пособие помогает учащимся повторить пройденный материал и систематизировать полученные знания. А также необходимо для закрепления и отработки техники решения уравнений разного уровня сложности.

Необходимо обратить особое внимание на составленные схемы теоретического материала, что значительно упрощает усвоение материала, особенно для слабоуспевающих студентов.

Краткие теоретические сведения об уравнениях позволяют пополнить пробелы, полученные в процессе обучения и усвоения материала. Вопросы направляют на повторение необходимых для решения формулировок.

Индивидуальная работа с тетрадью поможет подготовиться к контрольной работе, а предложенная работа в коллективе развивает чувство ответственности и стремления к знаниям.

Рабочая тетрадь предназначена для работы на уроке и для выполнения домашних упражнений студентами.

Формулы тригонометрии.

1. Основные тригонометрические тождества:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$\operatorname{tg} \alpha = {}^{\sin \alpha}/_{\cos \alpha}$ $\operatorname{ctg} \alpha = {}^{\cos \alpha}/_{\sin \alpha}$ $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$

- $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \dfrac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \dfrac{1}{\sin^2 \alpha}$
- $\operatorname{cosec} \alpha = \dfrac{1}{\sin \alpha}$
- $\sec \alpha = \dfrac{1}{\cos \alpha}$

2. Формулы сложения:

$\sin(\alpha+\beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
$\sin(\alpha-\beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$
$\cos(\alpha+\beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
$\cos(\alpha-\beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

- $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \dfrac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \bullet \operatorname{tg} \beta}$
- $\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \dfrac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \bullet \operatorname{tg} \beta}$

3. Формулы двойного угла:

$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

- $\operatorname{tg} 2\alpha = \dfrac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$

4.Формулы преобразования произведения тригонометрических функций в произведение.

- $2 \cos \alpha \bullet \cos \beta = \cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)$
- $2 \sin \alpha \bullet \sin \beta = \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$
- $2 \sin \alpha \bullet \cos \beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$

Упражнения .

1.Вычислить, если $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = 5$:
1) $\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$;
2) $\operatorname{tg}^3 \alpha + \operatorname{ctg}^3 \alpha$.

2. Вычислить, если $\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha = m$:
1) $\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$;
2) $\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha$.

3. Вычислить, если $\sin \alpha + \cos \alpha = p$:
1) $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$;
2) $\sin \alpha - \cos \alpha$.

4. Найти:
1) $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = 0{,}6$;

2) $\sin \alpha$, если $\operatorname{ctg} \alpha = {}^1/_8$;

3) $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\sin \alpha = {}^1/_4$;

4) $\cos \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = 1{}^1/_{3.}$

5. Упростить выражения:
1) $1 - \cos^2\alpha$;

2) $\mathrm{tg}\,\alpha \cos\alpha$;

3) $\sin^2\alpha - 1$;

4) $1 + \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$;

5) $\sin\alpha\,\mathrm{ctg}\,\alpha + \cos\alpha$;

6) $(1 - \sin\alpha)(1 + \sin\alpha)$;

7) $\sin^4\alpha - \cos^4\alpha - \sin^2\alpha + \cos^2\alpha$;

8) $\sin^4\alpha + 2\sin^2\alpha\cos^2\alpha + \cos^4\alpha$;

9) $1 - \cos^2\alpha + \mathrm{tg}^2\alpha\cos^2\alpha$;

10) $\cos^4\alpha + \sin^4\alpha + 2\sin^2\alpha\cos^2\alpha - \cos^2\alpha$.

6. Вычислить:

1) $\sin 210^\circ$, $\sin 900^\circ$, $\cos 330^\circ$, $\cos(-855^\circ)$;

2) $\cos(-240^\circ)$, $\mathrm{tg}\,300^\circ$, $\mathrm{ctg}\,3{,}5\pi$, $\cos 2\,{}^2/_3\,\pi$.

3) $\mathrm{tg}\,910^\circ - \sin(-1090^\circ) + \cos(-1450^\circ)$;

4) $(\sin 10^\circ + \sin 340^\circ \sin 30^\circ) - (\cos 80^\circ + \sin 200^\circ - \cos 60^\circ)$

5) $\sin(-1120^\circ) + \cos^2(-940^\circ) + \mathrm{tg}\,1750^\circ$.

7. Доказать тождества:
1) $\sin^4\alpha - \cos^4\alpha = \sin^2\alpha - \cos^2\alpha$;

2) $(1 + \mathrm{tg}^2\alpha)\cos^2\alpha = 1$;

3) $\sin^4\alpha + \sin^2\alpha\cos^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$;

4) $\sin^2\alpha + \sin^2\alpha\cos^2\alpha + \cos^4\alpha = 1$;

5) $\sin\alpha\cdot\sin(\beta - \alpha) + \sin^2(\beta/2 - \alpha) = \sin^2\beta/2$;

6) $\cos^2\alpha - \sin^2 2\alpha = \cos^2\alpha\cos 2\alpha - 2\sin^2\alpha\cos^2\alpha$.

1) $\frac{x-6}{5}+\frac{4(x+3)}{2}-1;$

2) $\frac{x-4}{5}=9+\frac{2x+4}{9};$

3) $\frac{8-y}{6}+\frac{5-4y}{3}=\frac{y+6}{2};$

4) $2-\frac{3x-7}{4}+\frac{x+17}{5}=0;$

5) $\frac{4x+7}{5}+\frac{3x-2}{2}-\frac{5x-2}{2}=32;$

6) $\frac{4x-51}{3}-\frac{17-3x}{4}=\frac{x+3}{2};$

7) $\frac{3x-7}{4}-\frac{9x+11}{8}=\frac{3-x}{3};$

8) $\frac{4x-3}{2}-\frac{5-2x}{3}=\frac{3x-4}{3};$

9) $\frac{2x-3}{3}+\frac{7x-13}{6}+\frac{5-2x}{2}=x-11;$

10) $\frac{x-2}{5}+\frac{2x-5}{4}+\frac{4x-1}{20}=4-x;$

11) $\frac{2x-1}{3}=\frac{x+5}{8}-\frac{1-x}{2};$

12) $\frac{1-2x}{3}-\frac{x+3}{4}=\frac{2-4x}{5};$

13) $\frac{2x}{3}-\frac{2x+1}{6}=\frac{3x-5}{4};$

14) $\frac{3-x}{3}=\frac{x+1}{2}-\frac{5x}{4};$

15) $8(11-\frac{3}{4}z)=16z-44;$

16) $5x+3(3x+7)=35;$

17) $8x-(7x+8)=9;$

18) $8y-9-(4y-5)=12y-(4+5y);$

19) $4+8y+8=2y-(10+7y);$

20) $5(x-3)-2(x-7)+7(2x+6)=7;$

21) $11(y-4)+10(5-3y)-3(4-3y)=-6;$

22) $5(8z-1)-7(4z+1)+8(7-4z)=9;$

Решить линейные уравнения:

Квадратные уравнения.

Квадратным уравнением называют уравнение вида ***ax²+bx+c=0***, где коэффициенты a, b, c – любые действительные числа. Причем a≠0.

Коэффициенты a, b, c различают по названиям: a - первый, или старший, коэффициент; b – второй коэффициент, или коэффициент при x; c - свободный член.

Полное квадратное уравнение – это квадратное уравнение, в котором присутствуют все три слагаемых; иными словами, это уравнение, у которого коэффициенты b и c отличны от нуля.

ПРИМЕР: $x^2-4x+3=0$

Неполное квадратное уравнение – это уравнение, в котором присутствуют не все три слагаемых; иными словами, это уравнение, у которого хотя бы один из коэффициентов b, c равен нулю.

ПРИМЕР: $x^2-16=0$

Корнем квадратного уравнения ***ax²+bx+c=0*** называют всякое значение переменной x, при котором квадратный трехчлен ***ax²+bx+c*** обращается в нуль; такое значение переменной x называют также *корнем квадратного трехчлена.*

Решите квадратное уравнение – значит найти все его корни

ПРИМЕР: **2x²+7x=0.** Имеем: ***2x²+7x=0***; ***x(2x-7)=0.*** Поэтому либо ***x=0*** , либо ***2x-7=0***, откуда находим ***x=3,5.*** Итак, уравнение имеет два корня: ***x1=0, x2=3,5.***

Обычно выражение $b^2 - 4ac$ обозначают буквой D и называют *дискриминантом квадратного уравнения* $ax^2 + bx + c = 0$

Если D<0, то квадратное уравнение ax² + bx + c = 0 не имеет корней.

Если D=0, то квадратное уравнение ax² + bx + c = 0 имеет один корень, который находится по формуле x= -b/2a

Если D>0, то квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет два корня, которые находятся по формулам

$x1=(-b+\sqrt{D})/2a$; $x2=(-b-\sqrt{D})/2a$.

ПРАВИЛО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ $ax^2+bx+c=0$

1.Вычислить дискриминант D по формуле $D= b^2 - 4ac$

2. Если $D<0$, то квадратное уравнение не имеет корней.

3. Если $D=0$, то квадратное уравнение имеет один корень: *$x= -b/2a$*

4.Если $D>0$, то квадратное уравнение имеет два корня:

$X1=-b+\sqrt{D})/2a$; $x_2=-b\sqrt{D})/2a$.

Упражнения

Решите уравнения:

1) $x^2 - 4x + 4 = 0$ 2) $x^2 - 9x - 22 = 0$

3) $X^2 - 16x + 48 = 0$ 4) $4x^2 + x + 1 = 0$

5) $7x^2 - x - c = 0$ 6) $14y^2 + 11y - 3 = 0$

7) $z^2 - 6z + 9 = 0$ 8) $x^2 + x - 6 = 0$

9) $0,6x^2 + 0,8x - 7,8 =$ 10) $0,2x^2 - 10x + 125 = 0$

11) $0,25x^2 - x + 1 = 0$ 12) $4x^2 - 7x - 7,5=0$

13) $6x (2x + 1) = 5x + 1$ 14)$2x (x-8) = - x - 18$

15) $8x (1 + 2x) = -1$ 16) $x^2 + 8x + 7 = 0$

17) $x^2 - 34x + 289 = 0$ 18) $X^2 + 4x + 5 = 0$

19) $5x^2 - 8x + 3 = 0$ 20) $14x^2 - 5x - 1 = 0$

21) $2x^2 + 3x + 1 = 0$ 22) $3x^2 - 3x + 4 = 0$

23) $4x^2 + 10x - 6 = 0$ 24) $25x^2 + 10x + 1 = 0$

25) $100x^2 - 160x + 63 = 0$ 26) $3x^2 + 32x + 80 = 0$

27) $3x^2 - 8x + 5 = 0$ 28) $4x^2 + x + 67 = 0$

29) $x^2 + 6x + 3 = 0$ 30) $2x^2 - 10x + 1 = 0$

Тригонометрические уравнения.

- Тригонометрическим уравнением называется такое уравнение, в котором неизвестное содержится под знаком тригонометрической функции.
- Поскольку каждому значению тригонометрической функции соответствует неограниченное множество углов, то тригонометрическое уравнение, если не сделано каких-либо оговорок, имеет бесчисленное множество решений.
- Самый общий метод решения тригонометрических уравнений состоит в том, что различные тригонометрические функции, входящие в уравнение, выражают через какую-нибудь одну из них и, принимая функцию за неизвестное, решают полученное алгебраическое уравнение, в результате чего приходят к одному из так называемых простейших тригонометрических уравнений вида:

$\sin x = a$

$\cos x = b$

$\operatorname{tg} x = c$

$\operatorname{ctg} x = d$

где a, b, c, d - числа.

- $\arcsin a$ - угол, содержащийся в промежутке от $-\pi/2$ до $\pi/2$, синус которого равен a.
- $\arccos b$ - угол, содержащийся в промежутке от 0 до π, косинус которого равен b.

- arctg c - угол, содержащийся в промежутке от - π/2 до π/2, тангенс которого равен c.
- arcctg d - угол, содержащийся в промежутке от 0 до π, котангенс которого равен d.

sin x **=*a*,** $|a| \le 1$, $x = (-1)^k \arcsin a + k\pi$, k— целое;

cos x**=*a*,** $|a| \le 1$, $x = \pm\arccos a + 2k\pi$, k— целое;

tg x**=*a*,** $x = \mathrm{arctg}\, a + k\pi$, k— целое;

ctg x**=*a*,** $x = arcctga + k\pi, k - öåëîå$. **Решить:**

$$\cos\left(\frac{x}{2} - 1\right) = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$3\cos\left(2 - \frac{x}{5}\right) = \frac{3}{2};$$

$$\sin\left(x - \frac{1}{2}\right) = 0.5;$$

$$4\sin\left(\frac{2x}{3} + 1\right) = 2\sqrt{2};$$

$$tg\,(x + 3) = \sqrt{3};$$

$$3tg\left(\frac{x}{4} - 4\right) = \sqrt{3};$$

$$6ctg\,(-3x) + 2\sqrt{3} = 0;$$

$$\frac{1}{3}ctg\left(\frac{x}{3} - 4\right) = 5.$$

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ.

Тригонометрические уравнения, приводимые к алгебраическим от одной тригонометрической функции одного и того же аргумента (метод введения новой переменной)	$\cos^2 x + \cos 4x = 0.25$ $\frac{1+\cos 2x}{2} + 2\cos^2 2x - 1 = \frac{1}{4}$ $4\cos^2 2x + \cos 2x - 1.5 = 0$ $\cos 2x = u$, $\lvert u\rvert \le 1$ $4u_2 + u - 1.5 = 0$ $u = -\frac{3}{4}$ или $u = \frac{1}{2}$ $x = \pm\frac{1}{2}\arccos\left(-\frac{3}{4}\right) + \pi n$, $n \in Z$ или $x = \pm\frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in Z$	$\sin^4 x + \cos^4 x = \sin x \cdot \cos x$ $\sin^4 x + \cos^4 x + 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x =$ $= \sin x \cdot \cos x + 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x$ $2\sin^2 x \cdot \cos^2 x + \sin x \cdot \cos x - 1 =$ $\sin x \cdot \cos x = t$ $2t^2 + t - 1 = 0$ …

1. $3\cos^2 x - 10\cos x + 3 = 0$;

2. $6\sin^2 x + 5\cos x - 7 = 0$;

3. $2\mathrm{ctg}^2 x + 3 = 3\sin^{-2} x$;

4. $3\cos^2 x - 2\sin x\cos x - \sin^2 x = 0$;

5. $\cos^2 x - 2\sqrt{2}\cos x\sin x + 1 = 0$;

6. $\mathrm{tg}4x + 2\cos^{-2} 4x = 3$;

7. $\sqrt{3}\sin 2x + 2\sin^2 2x = 0$;

8. $3\cos^2 2x + 7\sin 2x - 3 = 0$;

9. $6\mathrm{tg}^2 x - 7\mathrm{tg}x + 1 = 0$;

10. $\sin^2 13x = \frac{\pi^2}{9}$.

Метод разложения левой части уравнения на множители, если в правой стоит нуль	$\cos x \cdot \cos 3x = -0.5$ $\cos x \cdot \cos 3x = \frac{1}{2}(\cos 2x + \cos 4x)$ по формуле $\cos x \cos y = \frac{1}{2}(\cos(x-y) + \cos(x+y))$ $\cos 2x + \cos 4x = -1$ $\cos 2x + (2\cos^2 2x - 1) = -1$ $\cos 2x + 2\cos^2 2x = 0$ $\cos 2x(1 + 2\cos 2x) = 0$ $\cos 2x = 0$ или $1 + 2\cos 2x = 0$ …

1. $(2\sin x - \cos x)(1 + \cos x) = \sin^2(x + 3\pi)$;

2. $\operatorname{tg}^3 x - 1 + \frac{1}{\cos^2 x} + 3\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 3$;

3. $\sqrt{3}\sin x - \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} x \cdot \sin x - \sqrt{3} = 0$;

4. $1 + \sin x \cos 2x = \sin x + \cos 2x$;

5. $\sin^3 2x - \cos^3 2x = 1 + \frac{1}{2}\sin 4x$;

6. $2\cos 3x = \sqrt{3}\left(\cos\frac{3x}{2} + \sin\frac{3x}{2}\right)^2$;

8. $2\sin 2x - \operatorname{ctg} x = 1.$

9. $1 + \cos x + \cos 2x = 0$;

10. $\cos 4x - \cos 16x + \cos 12x = 1$;

Однородные тригонометрические уравнения и уравнения, сводящиеся к ним	$a\sin x + b\cos x = 0$ $a\sin^2 x + b\sin x\cos x +$ $+ d\cos^2 x = 0$ $a\sin^3 x + b\sin^2 x\cos x +$ $+ \tilde{n}\sin x\cos^2 x$ $+ d\cos^3 x = 0$ … $\cos x \neq 0$ (?) Делим обе части уравнения на $\cos^n x$ $a\cdot tgx + b = 0$ $a\cdot tg^2x + b\cdot tgx + d = 0$ $a\cdot tg^3x + b\cdot tg^2x + ctgx + 1 = 0$ … Затем применяем метод введения новой переменной.	Уравнение $a\sin^2 x + b\sin x\cos x +$ $+ \tilde{n}\cos^2 x = d$ не является однородным. Но $d = d\sin^2 x + d\cos^2 x.$ $a\sin^2 x + b\sin x\cdot\cos x +$ $+ c\cos^2 x =$ $= d\sin^2 x + d\cos^2 x$ $(a-d)\sin^2 x + b\sin x\cos x +$ $+ (c-d)\cos^2 x = 0$ А это уже однородное тригонометрическое уравнение.
	Если $\cos x$ (или $\sin x$) входит множителем во все члены уравнения, то уравнение можно решать методом разложения левой части на множители, если в правой нуль.	

Уравнение вида: $a\sin x +$ $+ b\cos x = c$ $a^2 + b^2 \neq 0$	1) $a\sin x + b\cos x = c$ $a\left(2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}\right) + b\left(\cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2}\right) = c\left(\sin^2\frac{x}{2} + \cos^2\frac{x}{2}\right)$ $(b+c)\sin^2\frac{x}{2} - 2a\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} + (c-b)\cos^2\frac{x}{2} = 0$ А это уже однородное тригонометрическое уравнение второй степени относительно $\sin\frac{x}{2}$ и $\cos\frac{x}{2}$. $\cos\frac{x}{2} \neq 0$ (?) Делим на $\cos^2\frac{x}{2}$ …
	2) 1) $a\sin x + b\cos x = c$ ОДЗ: $x \in R$ $\sin x = \dfrac{2tg\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}}$ $\sin x = \dfrac{1-tg^2\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}}$ 2) $a\cdot\dfrac{2tg\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}} + b\cdot\dfrac{1-tg^2\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}} = c$ ОДЗ: $x \neq \pi + 2\pi n$ ОДЗ уравнения 2 уже, чем ОДЗ уравнения 1. Поэтому необходимо проверять, не являются ли числа $\pi + 2\pi n$, $n \in Z$ корнями данного уравнения.
	3) $a\sin x + b\cos x = c$ $a\sin x + b\cos x = \sqrt{a^2+b^2}\cos(x-\varphi)$, где $\cos\varphi = \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$, $\sin\varphi = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$. Тогда $\sqrt{a^2+b^2}\cos(x-\varphi) = c$, $\cos(x-\varphi) = \dfrac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$ $\dfrac{\lvert c\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}} > 1$ | $\dfrac{\lvert c\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}} \leq 1$

1. $2\sin x - 3\cos x = 0$;

2. $3\sin^2 x - 2\sin x\cos x - \cos^2 x = 0$;

3. $\cos^2 x + 2\sqrt{2}\sin x\cos x + 1 = 0$;

4. $6\sin^3 2x + \sin^2 2x\cos 2x - 4\sin 2x\cos^2 2x + \cos^3 2x = 0.$

	Решений нет	$x=\varphi \pm \arccos \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}+2\pi n,\ n \in Z$. Если $a>0,\ b>0$, то φ находится из условия $\cos\varphi=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$ или $\sin\varphi=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ Если $a<0,\quad b>0$, то $\varphi=\arcsin\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ Если $a>0,\quad b<0$, то $\varphi=\arccos\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$

1. $4\sin^4\frac{x}{2}+12\cos^2\frac{x}{2}=7$;

2. $\sin^4 x+\cos^4 x=\cos 4x$;

3. $\cos^2 x+\cos^2 2x+\cos^2 3x+\cos^2 4x=2$;

4. $\sin^2 2x+\sin^2 3x=1$;

5. $\sin^4\frac{x}{3}-\cos^4\frac{x}{3}=\frac{1}{4}$;

7. $2\cos 2x+16\cos^2 x=13$;

9. $\cos^4\frac{x}{4}-\sin^4\frac{x}{4}=1$;

10. $\sin^4 x+\sin^4\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{4}$.

Приложения.

Основные понятия тригонометрии.

- В тригонометрии угол рассматривается как мера вращения, при котором один луч, вращаясь вокруг вершины угла, переходит в положение другого луча. При этом первый луч называют начальной стороной угла, а конечное положение второго (подвижного) луча называют конечной стороной угла.
- Угол считается положительным, если переход от его начальной стороны к конечной совершается вращением подвижного луча против часовой стрелки, и отрицательным, если такой переход совершается вращением по часовой стрелке.
- **Единичный круг** - круг с центром в начале координат и радиусом, равным по длине единице. Окружность этого круга называется единичной окружностью.
- Координатные оси делят единичный круг и его окружность на четыре равные части, которые называются четвертями, или квадрантами.
- **Синус** - отношение ординаты конца подвижного радиуса к длине этого радиуса.
- **Косинус** - отношение абсциссы конца подвижного радиуса к длине этого радиуса.
- **Тангенс** - отношение ординаты конца подвижного радиуса к его абсциссе.
- **Котангенс** - отношение абсциссы конца подвижного радиуса к его ординате.
- **Секанс** - отношение длины подвижного радиуса к абсциссе его конца.
- **Косеканс** - отношение длины подвижного радиуса к ординате его конца.
- **Линия тангенсов** - касательная к единичной окружности в конце горизонтального диаметра.
- **Линия котангенсов** - касательная к единичной окружности в конце вертикального диаметра.
- Синус и косинус угла равны соответственно ординате и абсциссе конца подвижного радиуса единичной окружности.
- Если продолжить единичный радиус до пересечения с линией тангенсов, то тангенс угла равен ординате соответствующей точки на линии котангенсов.
- Если продолжить единичный радиус до пересечения с линией котангенсов, то котангенс угла равен абсциссе соответствующей точки на линии котангенсов.

Теоретические вопросы, необходимые для выполнения работы.

1. Тригонометрические формулы и тождества.
2. Решение линейных уравнений.
3. Квадратные уравнения, виды и методы решения.
4. Простейшие тригонометрические уравнения.
5. Методы решения тригонометрических уравнений.

Таблица номеров заданий по вариантам.

Номер варианта	тригонометрия	Линейные уравнения	Квадратные уравнения	Тригонометрические уравнения
1	Упр.1 №1, Упр.5 №8	№1 №17	№1 №30	Нечетные номера
2	Упр.1 №2, Упр.5 №9	№2 №18	№2 №29	Четные номера
3	Упр.2 №1, Упр.5№10	№3 №19	№3 №28	Нечетные номера
4	Упр.2№2, Упр.6 №1	№4 №20	№4 №27	Четные номера
5	Упр.3 №1, Упр.6 №2	№5 №21	№5 №26	Нечетные номера
6	Упр.3 №2, Упр.6 №3	№6 №22	№6 №25	Четные номера
7	Упр.4 №1, Упр.6 №4	№7 №20	№7 №24	Нечетные номера
8	Упр.4 №2, Упр.6 №5	№8 №18	№8 №23	Четные номера
9	Упр.4 №3, Упр.7 №1	№9 №17	№9 №22	Нечетные номера
10	Упр.4 №4, Упр.7 №2	№10 №7	№10 №21	Четные номера
11	Упр.5 №1, Упр.7 №3	№11 №6	№11 №20	Нечетные номера
12	Упр.5 №2, Упр.7 №4	№12 №5	№12 №19	Четные номера
13	Упр.5 №3, Упр.7 №5	№13 №4	№13 №18	Нечетные номера
14	Упр.5 №4, Упр.7 №6	№14 №3	№14 №17	Четные номера
15	Упр.5 №5, Упр.1 №1	№15 №2	№15 №16	Нечетные номера
16	Упр.5 №6, Упр.5 №7	№16 №1	№16 №13	Четные номера